

GEOPHYSIKALISCHES INSTITUT
D. I.
UNIVERSITÄT HAMBURG

METEOROLOGISCHE ZEITSCHRIFT



HERAUSGEGEBEN

IM AUFTRAGE DER

K. K. ÖSTERREICHISCHEN GESELLSCHAFT FÜR METEOROLOGIE

UND DER

DEUTSCHEN METEOROLOGISCHEN GESELLSCHAFT

REDIGIERT

VON

DR. J. HANN
WIEN, HOHE WART

UND

DR. G. HELLMANN
BERLIN, MET. INSTITUT

Einundzwanzigster Jahrgang.

XXXIX. Bd. der »Zeitschrift der K. k. österr. Ges. für Meteorologie«

1904.

Mit 4 Tafeln und mit 39 Abbildungen im Texte.

REV. S. 285 Nr. 423

WIEN

VERLAG VON ED. HÖLZEL

IV/2, Luisengasse 5.

HERAUSGEBER PROF. DR. J. M. PERNER.

Z 1
21

Das Problem der Wettervorhersage, betrachtet vom Standpunkte der Mechanik und der Physik.

Von V. BJERKNES, Universität Stockholm.

Wenn es sich so verhält, wie jeder naturwissenschaftlich denkende Mann glaubt, daß sich die späteren atmosphärischen Zustände gesetzmäßig aus den vorhergehenden entwickeln, so erkennt man, daß die notwendigen und hinreichenden Bedingungen für eine rationelle Lösung des Prognoseproblems der Meteorologie die folgenden sind:

1. Man muß mit hinreichender Genauigkeit den Zustand der Atmosphäre zu einer gewissen Zeit kennen.

2. Man muß mit hinreichender Genauigkeit die Gesetze kennen, nach denen sich der eine atmosphärische Zustand aus dem anderen entwickelt.

I.

Die Kenntnis des Zustandes der Atmosphäre zu passenden, übereingekommenen Zeiten zu schaffen, ist die Aufgabe der beobachtenden Meteorologie. In genügendem Umfange für eine rationelle Wetterprognose ist diese Aufgabe noch nicht gelöst. Zwei Lücken sind besonders empfindlich. Erstens sind die an dem täglichen Wetterdienst teilnehmenden Stationen nur Landstationen. Am Meere, welches vier Fünftel der Erdoberfläche ausmacht und somit einen überwältigenden Einfluß ausüben muß, werden noch keine Beobachtungen im Interesse des täglichen Wetterdienstes gemacht. Weiter werden die im regulären Wetterdienst eingehenden Beobachtungen nur unten an der Erde angestellt und alle Daten über den Zustand der höheren Luftschichten fehlen.

Die technischen Hilfsmittel, welche es uns möglich machen werden, diese beiden Lücken auszufüllen, besitzen wir aber schon. Mit Hilfe der drahtlosen Telegraphie wird man die in festen Routen gehenden Dampfschiffe in den Kreis der Stationen, welche tägliche Wettertelegramme absenden, einreihen können. Und nach den großen Fortschritten, welche in den letzteren Jahren die aeronautische Meteorologie gemacht hat, wird es nicht mehr unmöglich sein, von festen Landstationen wie von fliegenden Stationen zur See tägliche Beobachtungen von den höheren Luftschichten zu erhalten.

Die Zeit wird also hoffentlich bald kommen, wo entweder täglich oder auch zu bestimmten Tagen eine vollständige Diagnose des Zustandes der Atmosphäre vorliegt. Die erste Bedingung für die Stellung der Prognosen auf rationellen Prinzipien wird dann erfüllt sein.

II.

Es stellt sich dann die zweite Frage, inwieweit wir in hinlänglicher Vollständigkeit die Gesetze kennen, nach denen sich der eine atmosphärische Zustand aus dem anderen entwickelt.

Die atmosphärischen Prozesse sind gemischte Vorgänge mechanischer und physikalischer Natur. Für jeden einzelnen dieser Vorgänge können wir nach mechanischen oder physikalischen Prinzipien eine oder mehrere mathematische Gleichungen aufstellen. Die genügende Kenntnis der Gesetze, nach welchen sich die atmosphärischen Prozesse entwickeln, haben wir, wenn wir in dieser Weise ebensoviele voneinander unabhängige Gleichungen aufschreiben können, als unbekannte Größen zu berechnen sind. Der Zustand der Atmosphäre zu einer beliebigen Zeit wird in meteorologischer Hinsicht bestimmt sein, wenn wir zu dieser Zeit in jedem Punkte die Geschwindigkeit, die Dichte, den Druck, die Temperatur und die Feuchtigkeit der Luft berechnen können. Als Vektor wird die Geschwindigkeit durch drei skaläre Größen, die drei Geschwindigkeitskomponenten, dargestellt, und es handelt sich deshalb um die Berechnung von 7 unbekanntem Größen.

Zur Berechnung dieser Größen können wir die folgenden Gleichungen aufstellen:

1. Die drei hydrodynamischen Bewegungsgleichungen. Diese sind Differentialrelationen zwischen den drei Geschwindigkeitskomponenten, der Dichte und dem Druck.

2. Die Kontinuitätsgleichung, welche das Prinzip von der Erhaltung der Masse während der Bewegung ausspricht. Diese Gleichung ist wieder eine Differentialrelation und zwar zwischen den Geschwindigkeitskomponenten und der Dichte.

3. Die Zustandsgleichung der atmosphärischen Luft, welche eine Relation in endlicher Form zwischen der Dichte, dem Druck, der Temperatur und der Feuchtigkeit einer beliebigen Luftmasse ist.

4. Die beiden Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie, die uns gestatten, zwei Differentialrelationen aufzuschreiben, welche angeben, wie sich bei den vorkommenden Zustandsänderungen die Energie und die Entropie einer beliebigen Luftmasse ändern. Auch durch diese Gleichungen werden keine neuen Unbekannten in dem Probleme eingeführt, denn die Energie und Entropie drücken sich durch dieselben Veränderlichen aus, welche in der Zustandsgleichung eingehen und setzen die Änderungen dieser Größen mit der Änderung anderer, als bekannt anzusehender Größen in Verbindung. Diese anderen Größen sind erstens die von der Luftmasse ausgeführte Arbeit, welche durch dieselben Veränderlichen bestimmt ist, die in den dynamischen Gleichungen eingehen, zweitens die von außen aufgenommenen oder die nach außen abgegebenen Wärmemengen, welche durch die physikalischen Daten über Ein- und Ausstrahlung sowie über die Erwärmung der Luft bei der Berührung mit der Erde gegeben sein werden.

Es sei hervorgehoben, daß eine wesentliche Vereinfachung des Problems eintritt, wenn keine Kondensation oder Verdampfung von Wasser vorkommt und somit das in der Luftmasse dampfförmig vorhandene Wasser als konstanter Bestandteil eingeht. Wir haben dann im Problem eine Veränderliche weniger und eine Gleichung, nämlich die, welche aus dem zweiten Hauptsatz folgt, kann ausgelassen werden. Andererseits, wenn wir mit mehreren

veränderlichen Bestandteilen der Atmosphäre zu rechnen hätten, so würde der zweite Hauptsatz für jeden neuen Bestandteil eine neue Gleichung geben.

Zur Berechnung der normal vorkommenden 7 Variablen können wir also 7 voneinander unabhängige Gleichungen aufstellen. Soweit es möglich ist, das Problem jetzt zu überschauen, müssen wir also schließen, daß wir eine genügende Kenntnis der Gesetze der atmosphärischen Prozesse besitzen, um auf sie eine rationelle Wettervorhersage zu begründen. Daß wir wegen der Unvollständigkeit unserer Kenntnisse wichtige Faktoren übersehen haben können, muß aber auch zugegeben werden. Das Eingreifen kosmischer Wirkungen unbekannter Art ist denkbar. Weiter sind die großen atmosphärischen Erscheinungen von einer langen Reihe von Nebenerscheinungen begleitet, beispielsweise elektrischer und optischer Natur und die Frage ist, inwieweit es unter diesen Begleiterscheinungen welche gibt, die in nennenswerter Weise auf den Verlauf der atmosphärischen Prozesse zurückwirken. Die Rückwirkungen existieren selbstverständlich. Der Regenbogen wird beispielsweise eine modifizierte Verteilung der eingestrahnten Sonnenenergie zur Folge haben und die elektrischen Spannungen haben bekannte Einflüsse auf die Kondensationsprozesse. Alle Anzeichen, daß Prozesse dieser Art auf die atmosphärischen Prozesse im großen zurückwirken, fehlen aber bis jetzt. Und jedenfalls wird die wissenschaftliche Methode die sein, mit dem einfachsten Probleme anzufangen, welches in Frage kommen kann, und das wird eben das aufgestellte Problem mit 7 Veränderlichen und 7 Gleichungen sein.

III.

Von den 7 Gleichungen hat nur eine, die Zustandsgleichung, endliche Form. Die 6 anderen sind partielle Differentialgleichungen. Von den 7 Unbekannten kann man mit Hilfe der Zustandsgleichung eine eliminieren und die Aufgabe wird dann, die von der Integration eines Systems von 6 partiellen Differentialgleichungen mit 6 Unbekannten und mit Anwendung der Anfangsbedingungen, die sich aus den Beobachtungen über den Anfangszustand der Atmosphäre ergeben.

Von einer strengen analytischen Integration des Gleichungssystems wird nicht die Rede sein können. Schon die Berechnung der Bewegung dreier Punkte, die sich nach einem so einfachen Gesetze wie dem Newtonschen gegenseitig beeinflussen, übersteigt bekanntlich weit die Hilfsmittel der heutigen mathematischen Analyse. Für die unter weit komplizierteren Wechselwirkungen vor sich gehenden Bewegungen sämtlicher Punkte der Atmosphäre ist dann selbstverständlich nichts zu hoffen. Die exakte analytische Lösung würde aber, selbst wenn wir sie aufschreiben könnten, auch nicht das geben, was wir brauchten. Denn um praktisch nützlich zu sein, muß die Lösung vor allem übersichtliche Form haben und deshalb unzählige Einzelheiten unbeachtet lassen, die in jede exakte Lösung eingehen würden. Die Vorhersage darf sich also nur mit Durchschnittsverhältnissen über größere Strecken und für längere Zeiten beschäftigen, sagen wir beispielsweise von Meridiangrad zu Meridiangrad und von Stunde zu Stunde, nicht aber von Millimeter zu Millimeter und von Sekunde zu Sekunde.

Wir geben deshalb jeden Gedanken an analytische Integrationsmethoden auf und denken uns das Problem von der Wettervorhersage in der folgenden praktischen Form aufgestellt:

Auf Grund der angestellten Beobachtungen wird der Ausgangszustand der Atmosphäre durch eine Anzahl von Karten dargestellt, welche die Verteilung der 7 Veränderlichen von Schicht zu Schicht in der Atmosphäre angeben. Mit diesen Karten als Ausgangspunkt soll man neue Karten ähnlicher Art zeichnen, welche den neuen Zustand von Stunde zu Stunde darstellen.

Für die Lösung der Aufgabe in dieser Form sind graphische oder gemischte graphische und rechnerische Methoden erforderlich, welche entweder aus den partiellen Differenzialgleichungen oder auch aus den dynamisch-physikalischen Prinzipien, welche den Gleichungen zu Grunde liegen, abzuleiten sind. Die Möglichkeit der Ausarbeitung solcher Methoden hat man im voraus keinen Grund zu bezweifeln. Alles wird darauf ankommen, daß es gelingt, in zweckmäßiger Weise dies als ein ganzes, überwältigend schwieriges Problem in eine Reihe von Partialproblemen zu zerlegen, deren keines unüberwindliche Schwierigkeiten darbietet.

IV.

Um diese Zerlegung in Partialprobleme zu bewerkstelligen, müssen wir das allgemeine Prinzip hinzuziehen, welches der Infinitesimalrechnung mit mehreren Veränderlichen zu Grunde liegt. Zu rechnerischen Zwecken kann man die gleichzeitigen Variationen mehrerer Veränderlichen durch aufeinander folgende Variationen der einzelnen Veränderlichen oder einzelner Gruppen der Veränderlichen ersetzen. Geht man dabei zu infinitesimalen Intervallen über, so kommt man auf die exakten Methoden der Infinitesimalrechnung. Behält man endliche Intervalle bei, so kommt man auf die Annäherungsmethoden der endlichen Differenzenrechnung und der mechanischen Quadratur, deren wir uns hier bedienen müssen.

Dieses Prinzip darf aber nicht blindlings angewendet werden, denn auf der natürlichen Gruppierung der Veränderlichen, auf daß man in mathematischer und physikalischer Hinsicht wohldefinierte, übersichtliche Partialprobleme erhält, wird vor allem die praktische Brauchbarkeit der Methode abhängen. Vor allem wird dabei die erste Zerlegung grundlegend sein. Sie muß einer natürlichen Teilungslinie im Hauptprobleme folgen.

Eine solche natürliche Teilungslinie läßt sich auch angeben. Sie folgt der Grenzlinie zwischen den speziell dynamischen und den speziell physikalischen Prozessen, aus welchen die atmosphärischen Prozesse zusammengesetzt sind. Die Zerlegung längs dieser Grenzlinie gibt eine Zerlegung des Hauptproblems in rein hydrodynamischen und rein thermodynamischen Partialproblemen.

Das Gelenk, welches das hydrodynamische und das thermodynamische Problem miteinander verbindet, ist nämlich sehr leicht abzuschneiden, so leicht in der Tat, daß die theoretischen Hydrodynamiker durchgehend davon Gebrauch gemacht haben, um jede ernstliche Berührung mit der Meteorologie zu vermeiden; denn die Verbindung vermittelt die Zustandsgleichung. Nimmt man an, daß in diese Gleichung die Temperatur und die Feuchtigkeit nicht eingehen, so kommt man auf die von den Hydrodynamikern gewöhnlich angewendeten »supplementären« Gleichung, welche eine Relation nur zwischen Dichte und Druck ist. Dadurch wird man auf das Studium von Flüssigkeits-

bewegungen unter solchen Umständen geführt, daß jede explizite Berücksichtigung der thermodynamischen Prozesse von selbst wegfällt.

Anstatt die Temperatur und die Feuchtigkeit aus der Zustandsgleichung ganz verschwinden zu lassen, können wir sie aber für kürzere Zeitintervalle als gegebene Größen ansehen, mit Werten, welche entweder aus den Beobachtungen oder aus den vorhergehenden Rechnungen hervorgegangen sind. Ist das dynamische Problem für dieses Zeitintervall gelöst, so berechnet man nachher nach rein thermodynamischen Methoden neue Werte von Temperatur und Feuchtigkeit. Diese sieht man als gegebene Größen an, wenn man das hydrodynamische Problem für das nächste Zeitintervall löst und so weiter.

V.

Das allgemeine Prinzip für die erste Zerlegung des Hauptproblems ist damit gegeben. In der praktischen Durchführung hat man noch die Wahl zwischen mehreren verschiedenen Wegen, je nach der Art und Weise, wie man die Hypothesen über die Temperatur und die Feuchtigkeit einführt. Darauf genauer einzugehen, hat aber bei dieser allgemeinen Diskussion keine Bedeutung.

Die nächste Hauptfrage wird aber die sein, inwieweit das hydrodynamische und das thermodynamische Partialproblem jedes für sich in genügend einfacher Weise gelöst werden können.

Wir betrachten erst das hydrodynamische, welches das eigentliche Hauptproblem ist; denn die dynamischen Gleichungen sind die eigentlichen prognostischen Gleichungen. Nur durch sie wird die Zeit als unabhängige Veränderliche in dem Probleme eingeführt, die thermodynamischen Gleichungen enthalten nicht die Zeit.

Das hydrodynamische Problem wird sich nun vorzüglich für die graphische Lösung eignen. An Stelle des Rechnens mit den drei dynamischen Gleichungen führt man einfache Parallelogrammkonstruktionen für eine passende Anzahl von ausgewählten Punkten aus, während man für die zwischenliegenden Punkte durch graphische Interpolation oder nach Augenmaß ergänzt. Die Hauptschwierigkeit wird in der Berücksichtigung derjenigen Beschränkung der Bewegungsfreiheit liegen, welche aus der Kontinuitätsgleichung und den Grenzbedingungen folgt. Die Prüfung, ob die Kontinuitätsgleichung erfüllt ist oder nicht, läßt sich aber auch nach graphischen Methoden ausführen und dabei kann man jede Rücksicht auf die Topographie des Erdbodens nehmen, indem man die Konstruktion auf Karten ausführt, welche in gewöhnlicher Weise diese Topographie darstellen.

Großen mathematischen Schwierigkeiten wird man also bei der Lösung des hydrodynamischen Partialproblems nicht begegnen. Eine empfindliche Lücke in der Kenntnis der Faktoren, mit welcher wir zu rechnen haben, ist aber insofern vorhanden, als wir eine sehr unvollständige Kenntnis des Reibungswiderstandes gegen die Luftbewegung haben; denn die Reibung hängt von den Geschwindigkeitsdifferenzen im unendlich Kleinen ab, während die Meteorologen gezwungen sind, mit den Durchschnittsbewegungen ausgedehnter Luftmassen zu rechnen. Man kann deshalb nicht die Reibungsglieder der hydrodynamischen Gleichungen unter Anwendung der in den Laboratorien gefundenen Reibungskoeffizienten benutzen, sondern man muß empirische Resultate über den effektiven Widerstand gegen die Bewegung der großen Luftmassen hinzuziehen. Hinlängliche Daten dieser Art besitzt man aber

schon, um die ersten Versuche mit der Vorausberechnung von Luftbewegungen anzustellen und diese Versuche werden mit der Zeit selbst die nötigen Korrekturen und Ergänzungen schaffen.

Das thermodynamische Partialproblem ist in mathematischer Hinsicht bedeutend einfacher als das hydrodynamische anzusehen. Aus dem gelösten hydrodynamischen Probleme entnimmt man nur die Arbeit, welche die Luftmassen während der stattgefundenen Verschiebungen ausgeführt haben. Mit der Kenntnis dieser Arbeit und auch mit der Kenntnis der während des Zeitintervalles durch Einstrahlung zugeführten und durch Ausstrahlung abgegebenen Wärmemengen berechnet man nach bekannten thermodynamischen Prinzipien die neue Verteilung der Temperatur und der Feuchtigkeit. Die Berechnungen werden in mathematischer Hinsicht nicht schwieriger sein als ähnliche Berechnungen von Laboratoriumsversuchen, wo sich die Luftmassen in Ruhe in einem geschlossenen Raume befinden. Ausgedehnte Vorarbeiten liegen auch in den Untersuchungen von Hertz, v. Bezold u. a. vor.

Wie im hydrodynamischen Probleme wird die Hauptschwierigkeit in der lückenhaften Natur unserer Kenntnisse verschiedener der Faktoren sein, mit welchen die Rechnung auszuführen ist. Die Schätzungen der Wärmemengen, welche die Luftmassen durch den Unterschied der Ein- und Ausstrahlung erhalten, der Wassermengen, welche an den Meeresoberflächen verdampfen oder welche aus dem in den Wolken kondensierten Wasser wirklich als Regen niederfallen, werden im Anfange sehr unsicher sein. Hinlängliche Kenntnisse für die versuchsweise Anstellung der ersten Rechnungen besitzen wir aber und durch die fortgesetzte Arbeit wird man allmählig immer genauere Werte der Konstanten finden, die sich auf die verschiedenen Länder und Meere, auf verschiedene Höhen in der Atmosphäre, auf verschiedene Wetterlagen, den verschiedenen Grad der Wolkendichtigkeit u. s. w. beziehen.

VI.

Daß man auf dem somit angedeuteten Weg keine unüberwindliche mathematische Schwierigkeit begegnen wird, ist sicher.

Wenn die graphischen Methoden fertig ausgearbeitet vorliegen und die nötigen tabellarischen Hilfsmittel zuwege gebracht sind, so werden sich wahrscheinlich auch die einzelnen Operationen leicht ausführbar zeigen. Auch braucht die Anzahl der einzelnen Operationen nicht so übertrieben groß zu werden. Die Anzahl wird von der Länge der Zeitintervalle abhängen, für welche man die dynamische Partialaufgabe löst. Je kürzer man diese Zeitintervalle wählt, umso umständlicher wird die Arbeit, aber auch umso genauer das Resultat; je länger man sie wählt, umso schneller wird man zum Ziele kommen, aber auf Kosten der Genauigkeit. Endgiltige Resultate über die passende Wahl wird erst die Erfahrung geben können. Selbst wenn man hohe Genauigkeit anstrebt, dürften Intervalle von einer Stunde meistens brauchbar sein. Denn nur ausnahmsweise werden die Luftmassen im Verlaufe 1 Stunde längere Strecken als einen Meridiangrad zurücklegen und nur ausnahmsweise werden sich ihre Bahnen während dieser Zeit in stärkerem Maße krümmen. Dadurch sind die Bedingungen erfüllt, unter welchen man die einfache Parallelogrammkonstruktion mit geradlinigen Strecken ausführen kann. Wenn man genügende Erfahrung gewonnen und dadurch gelernt hat, Instinkt und Augenmaß zu verwerten, würde man wahrschein-

lich auch leicht mit weit größeren Zeitintervallen arbeiten können, wie etwa 6 Stunden. Für eine Wettervorhersage auf 24 Stunden würde man dann 4mal die hydrodynamische Konstruktion durchzuführen und 4mal die thermodynamische Korrektur der Temperatur und der Feuchtigkeit zu berechnen haben.

Es dürfte deshalb vielleicht möglich sein, daß einmal in der Zukunft eine Methode dieser Art im täglichen praktischen Wetterdienst zugrunde gelegt werden könnte. Wie es aber auch damit gehen möge, so muß jedenfalls früher oder später das tiefere wissenschaftliche Studium der atmosphärischen Prozesse nach einer Methode aufgenommen werden, welche auf den Gesetzen der Mechanik und der Physik begründet ist. Und dabei wird man notwendig auf eine Methode der hier skizzierten Art kommen.

Ist dieses zugegeben, so ergibt sich aber auch ein allgemeiner Plan für die dynamisch-meteorologische Forschung.

Die Hauptaufgabe der beobachtenden Meteorologie wird es sein, regelmäßig gleichzeitige Beobachtungen von allen Teilen der Atmosphäre zu schaffen, an der Erdoberfläche wie in der Höhe, vom Lande wie vom Meere.

Die erste Aufgabe der theoretischen Meteorologie wird dann die, auf Grundlage dieser Beobachtungen das möglichst übersichtliche Bild des physikalischen und dynamischen Zustandes der Atmosphäre zur Zeit der Beobachtungen auszuarbeiten. Und zwar muß dieses Bild solche Form haben, daß es geeignet ist, als Ausgangspunkt für die Wettervorhersage nach der rationalen dynamisch-physikalischen Methode zu dienen.

Schon diese erste einleitende Aufgabe hat keinen geringen Umfang. Denn selbstverständlich ist es ja weit umständlicher, den Zustand der Atmosphäre in allen Höhen, als wie es jetzt geschieht nur im Meeresniveau, darzustellen. Dazu kommt, daß unser Zugang zur direkten Beobachtung in den höheren Luftschichten immer sehr beschränkt bleiben wird. Es muß deshalb gefordert werden, daß man die Beobachtungen von den höheren Luftschichten aufs äußerste ausnutzt. Aus den direkt beobachtbaren Größen müssen in weitestem Umfange alle zugängliche Daten über die nicht beobachtbaren berechnet werden. Dazu muß man den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen den verschiedenen Größen ausnutzen. Schon wenn man aus den sporadischen Beobachtungen das zusammenhängende Bild des Zustandes der Atmosphäre konstruieren will, muß man also in weitem Umfange dynamisch-physikalische Methoden in Anwendung bringen.

Die zweite und höchste Aufgabe der theoretischen Meteorologie wird es schließlich sein, mit diesem Bilde des Zustandes der Atmosphäre als Ausgangspunkt, die Bilder der künftigen Zustände zu konstruieren, sei es nach der hier skizzierten Methode, sei es nach anderen Methoden gleicher Art. Der Vergleich der konstruierten Bilder mit denjenigen, welche nachher die Beobachtungen geben, wird teils die allgemeine Kontrolle der Richtigkeit der Methode geben, teils Rückschlüsse über bessere Werte der Konstanten und Fingerzeige über die Verbesserungen der Methode geben.

Zu den verschiedenen Hauptpunkten in diesem Programme werde ich bei späteren Gelegenheiten zurückkommen.